

通過域最大減衰値 1[dB]

阻止域最小減衰値 20[dB]

過渡帯域幅 不問

と言う要求仕様の連立チェビシェフフィルターを、R-R 型 LC フィルターで設計します。

ユーザーの要求する通過域最大減衰値（通過域うねりの許容値）を、負の値 $-A_p$ [dB] としますと、通過域最大減衰地点（下図 ω_1 ）での dB 表示ではない、生（なま）の入出力間利得、 $\frac{OUT}{IN}$ は、

$$-A_p = 20 \log_{10} \frac{OUT}{IN} \quad [\text{dB}]$$

$$\log_{10} \frac{OUT}{IN} = \frac{-A_p}{20}$$

$$\frac{OUT}{IN} = 10^{\frac{-A_p}{20}}$$

$$\frac{IN}{OUT} = \frac{1}{10^{\frac{-A_p}{20}}} = \left(10^{\frac{-A_p}{20}} \right)^{-1} = 10^{\frac{A_p}{20}}$$

となります。 ω_1 での周波数伝達関数の絶対値は $\frac{1}{\sqrt{1+H^2f^2(\omega_1)}}$ ですので、 $\frac{OUT}{IN}$ を等しいと置きますと、

$$\frac{1}{\sqrt{1+H^2f^2(\omega_1)}} = \frac{OUT}{IN}$$

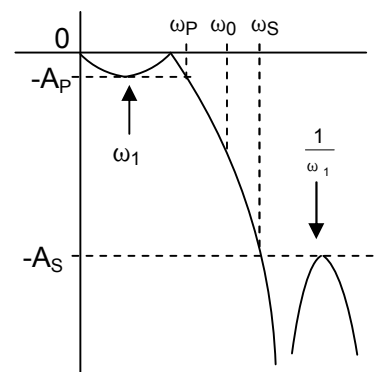
$$\frac{1}{1+H^2f^2(\omega_1)} = \left(\frac{OUT}{IN} \right)^2$$

$$1+H^2f^2(\omega_1) = \left(\frac{IN}{OUT} \right)^2$$

$$H^2f^2(\omega_1) = \left(\frac{IN}{OUT} \right)^2 - 1$$

$$H^2f^2(\omega_1) = \left(10^{\frac{A_p}{20}} \right)^2 - 1$$

$$H^2f^2(\omega_1) = 10^{\frac{A_p}{10}} - 1$$



になります。通過域最大減衰地点で、 H を含めた元関数の 2 乗値 $H^2f^2(\omega_1)$ が取るべき仕様値で

す。次に、ユーザーの要求する阻止域最小減衰値（阻止域うねりの許容値）を、負の数 $-A_s$ [dB]としますと、阻止域うねり最小減衰地点（上図 $\frac{1}{\omega_1}$ ）での dB 表示ではない、生（なま）の入

出力間利得、 $\frac{OUT}{IN}$ は、

$$-A_s = 20 \log_{10} \frac{OUT}{IN} \quad [\text{dB}]$$

$$\log_{10} \frac{OUT}{IN} = \frac{-A_s}{20}$$

$$\frac{OUT}{IN} = 10^{\frac{-A_s}{20}}$$

$$\frac{IN}{OUT} = \frac{1}{10^{\frac{-A_s}{20}}} = \left(10^{\frac{-A_s}{20}} \right)^{-1} = 10^{\frac{A_s}{20}}$$

となります。 $\frac{1}{\omega_1}$ での周波数伝達関数の絶対値は $\frac{1}{\sqrt{1+H^2 f^2 \left(\frac{1}{\omega_1} \right)}}$ ですので、 $\frac{OUT}{IN}$ を等しいと置

きますと、

$$\frac{1}{\sqrt{1+H^2 f^2 \left(\frac{1}{\omega_1} \right)}} = \frac{OUT}{IN}$$

$$\frac{1}{1+H^2 f^2 \left(\frac{1}{\omega_1} \right)} = \left(\frac{OUT}{IN} \right)^2$$

$$1+H^2 f^2 \left(\frac{1}{\omega_1} \right) = \left(\frac{IN}{OUT} \right)^2$$

$$H^2 f^2 \left(\frac{1}{\omega_1} \right) = \left(\frac{IN}{OUT} \right)^2 - 1$$

$$H^2 f^2 \left(\frac{1}{\omega_1} \right) = \left(10^{\frac{A_s}{20}} \right)^2 - 1$$

$$H^2 f^2 \left(\frac{1}{\omega_1} \right) = 10^{\frac{A_s}{10}} - 1$$

になります。阻止域最小減衰地点で H を含めた元関数の 2 乗値、 $H^2 f^2 \left(\frac{1}{\omega_1} \right)$ が取るべき仕様値

です。

通過域最大減衰地点および阻止域最小減衰地点で、元関数 $f(\omega)$ の 2 乗値、 $f^2(\omega_1)$ および $f^2\left(\frac{1}{\omega_1}\right)$

が取ることの出来る利得は、 m^2 および $\frac{1}{m^2}$ です。したがって、 H を含めた元関数の 2 乗値が

取ることの出来る利得の連立方程式が、次の様に成り立ちます。

$$H^2 m^2 = 10^{\frac{A_P}{10}} - 1 \cdots \textcircled{1}$$

$$H^2 \frac{1}{m^2} = 10^{\frac{A_S}{10}} - 1 \cdots \textcircled{2}$$

未知数 H^2 と m^2 を求めます。②から、

$$m^2 = \frac{H^2}{10^{\frac{A_S}{10}} - 1}$$

が得られます。これを①に代入しますと、

$$H^2 \frac{H^2}{10^{\frac{A_S}{10}} - 1} = 10^{\frac{A_P}{10}} - 1$$

$$H^4 = \left(10^{\frac{A_P}{10}} - 1\right) \left(10^{\frac{A_S}{10}} - 1\right)$$

$$H^2 = \sqrt{\left(10^{\frac{A_P}{10}} - 1\right) \left(10^{\frac{A_S}{10}} - 1\right)}$$

になり H^2 が求まります。この H^2 を①に代入しますと、

$$m^2 = \frac{10^{\frac{A_P}{10}} - 1}{\sqrt{\left(10^{\frac{A_P}{10}} - 1\right) \left(10^{\frac{A_S}{10}} - 1\right)}} = \sqrt{\frac{10^{\frac{A_P}{10}} - 1}{10^{\frac{A_S}{10}} - 1}}$$

になります。または②に代入しても、

$$m^2 = \frac{\sqrt{\left(10^{\frac{A_P}{10}} - 1\right)\left(10^{\frac{A_S}{10}} - 1\right)}}{10^{\frac{A_S}{10}} - 1} = \sqrt{\frac{10^{\frac{A_P}{10}} - 1}{10^{\frac{A_S}{10}} - 1}}$$

となり、 m^2 が求まります。ここで決定されたことは、通過域最大減衰値と阻止域最小減衰値の両方ともユーザー要求仕様通りのフィルターを作る場合の、 H の値と元関数 $f(\omega)$ の取るべき通過域での最大うねりの大きさ m です。

$m^2 = k_1$ ですから、これにより k_1 値が先に決定されます。その後 $u = \frac{1}{\mu} v$ の関係から、 k

も決定されます。 k は過渡帯域幅を決めます。その k がユーザーの要求仕様の「過渡帯域幅」を満たすかの吟味が必要になります。以上のことは、「3 次連立チェビシェフフィルター」の章に詳しく書いてあります。

今回の設計仕様は、

通過域最大減衰値 1[dB]

阻止域最小減衰値 20[dB]

過渡帯域幅 不問

ですから、後で決定される k が、ユーザーの要求仕様の「過渡帯域幅」を満たすかの吟味は、必要ありません。 H^2 と m^2 の計算を行います。

$$\begin{aligned} H^2 &= \sqrt{\left(10^{\frac{A_P}{10}} - 1\right)\left(10^{\frac{A_S}{10}} - 1\right)} \\ &= \sqrt{\left(10^{\frac{1}{10}} - 1\right)\left(10^{\frac{20}{10}} - 1\right)} \\ &= 5.062965116 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} m^2 &= \sqrt{\frac{10^{\frac{A_P}{10}} - 1}{10^{\frac{A_S}{10}} - 1}} \\ &= \sqrt{\frac{10^{\frac{1}{10}} - 1}{10^{\frac{20}{10}} - 1}} \end{aligned}$$

$$= 0.051141061$$

$$= k_1$$

となります。ここから先のことは「楕円関数の数値計算」の章に詳しく書いてあります。テー
タ関数を使って計算します。通過域最大減衰値と阻止域最小減衰値の両方を、ユーザー要求仕
様の A_p および A_s と同じにする場合、 q_1 は要求仕様から得られる q_1 の値そのまま正式決定
します。そのために、 k_1 から q_1 を求めます。 q_1 は、

$$q_1 = \lambda_1 + 2\lambda_1^5 + 15\lambda_1^9 + 150\lambda_1^{13} + 1707\lambda_1^{17} + 20910\lambda_1^{21} + 268616\lambda_1^{25}$$

です。 λ_1 は、

$$\lambda_1 = \frac{1}{2} \cdot \frac{1 - \sqrt{k_1'}}{1 + \sqrt{k_1'}}$$

です。 k_1' は、

$$k_1' = \sqrt{1 - k_1^2}$$

です。それでは q_1 を計算します。先程求めた k_1 の値から、 k_1' を求めますと、

$$k_1' = \sqrt{1 - 0.051141061^2}$$

$$= 0.998691439$$

です。 λ_1 の式に代入しますと、

$$\lambda_1 = \frac{1}{2} \cdot \frac{1 - \sqrt{0.998691439}}{1 + \sqrt{0.998691439}}$$

$$= 1.636772334 \times 10^{-4}$$

です。 q_1 の式に代入しますと、

$$q_1 = \lambda_1 + 2\lambda_1^5 + 15\lambda_1^9 + 150\lambda_1^{13} + 1707\lambda_1^{17} + 20910\lambda_1^{21} + 268616\lambda_1^{25}$$

$$= 1.636772334 \times 10^{-4}$$

になります。うねりの幅を決定する q_1 が求まりました。 q_1 はかなり小さな数です。この決定されたうねりの幅が、今度は過渡帯域幅を決定します。まず q を求め、そこから k を求めます。連立チェビシェフフィルターの重要関係式、

$$q^n = q_1$$

の両辺を $\frac{1}{n}$ 乗し、

$$q^{\frac{n}{n}} = q_1^{\frac{1}{n}}$$

$$q = q_1^{\frac{1}{n}}$$

で q を求めます。指数法則、 $x^{\frac{b}{a}} = \sqrt[a]{x^b}$ で、 a は 3、 b は 1 ですから、

$$q = q_1^{\frac{1}{3}}$$

$$= \sqrt[3]{1.636772334 \times 10^{-4}}$$

$$= 0.054701104$$

になります。 q も小さな数です。この q から k を求めます。 q から k の求め方は、 k から q を求めた時と反対の計算を行います。まず q から λ を求めます。

$$\begin{aligned} \lambda &= q - 2q^5 + 5q^9 - 10q^{13} + 18q^{17} - 32q^{21} + 55q^{25} - \dots \\ &= 0.054701104 - 2 \cdot 0.054701104^5 + 5 \cdot 0.054701104^9 - \dots \\ &= 0.054700124 \end{aligned}$$

になります。「楕円関数の数値計算」の章に詳しい説明があります。次に、 λ から k' を求めます。 λ の式を変形しますと、

$$\frac{1}{2} \bullet \frac{1 - \sqrt{k'}}{1 + \sqrt{k'}} = \lambda$$

$$1 - \sqrt{k'} = 2\lambda + 2\lambda\sqrt{k'}$$

$$1 - 2\lambda = \sqrt{k'}(1 + 2\lambda)$$

$$\sqrt{k'} = \frac{1 - 2\lambda}{1 + 2\lambda}$$

$$k' = \left(\frac{1 - 2\lambda}{1 + 2\lambda} \right)^2$$

になります。値を代入しますと、

$$k' = \left(\frac{1 - 2 \bullet 0.054700124}{1 + 2 \bullet 0.054700124} \right)^2$$

$$= 0.644449101$$

になります。最後に k' から k を求めますと、

$$k = \sqrt{1 - k'^2}$$

$$= \sqrt{1 - 0.644449101^2}$$

$$= 0.76464721$$

になりました。 n を 3 と決め付けたので、この k が決定されました。 n が 3 の場合、 k はこの値以下にはなりません。 k がこれ以下の、もっと急峻なフィルターを作りたい場合、 n を大きくしてはなりません。ユーザーの仕様から n 、 k 、 A_p 、 A_s を決める方法は、「楕円関数の数値計算」および「連立チェビシェフフィルター設計ソフトの製作」の章を参照して下さい。

本章の目的は、近似ではなく構成の例題ですので、 k をそのまま使います。

k が決定されたので、

通過域最大減衰値 1[dB]

阻止域最小減衰値 20[dB]

過渡帯域幅 $k=0.76464721$

として、伝達関数を求めます。

「連立チェビシェフフィルターの伝達関数」の章で書きましたが、連立チェビシェフフィルターの伝達関数は、

$$\frac{1}{s+a_0} \prod_{a=1}^{\frac{n}{2}} \frac{\omega_{2a}^2 \left(s^2 + \frac{1}{\omega_{2a}^2} \right)}{s^2 + \frac{2a_0 \sqrt{(k-\omega_{2a}^2)(1-k\omega_{2a}^2)}}{\sqrt{k(1+a_0^2\omega_{2a}^2)}} s + \frac{a_0^2 + \omega_{2a}^2}{1+a_0^2\omega_{2a}^2}}$$

です。

(1) a_0 を求める。

「連立チェビシェフフィルターの伝達関数」の章をご参照下さい。

sn の変数が純虚数の場合、 sn の値も純虚数になりますので、同章の根の式①の a が 0 の時の ω を求め、1 つの純虚根 ja_0 とするのです。

sn の変数が純虚数の場合の公式、 $\text{sn}(ju, k) = j \frac{\text{sn}(u, k')}{\text{cn}(u, k')}$ を使用して、

$$ja_0 = \sqrt{k} \text{sn} \left(j \frac{2K}{n\pi} z_0 K_1', k \right) = j \sqrt{k} \frac{\text{sn} \left(\frac{2K}{n\pi} z_0 K_1', k' \right)}{\text{cn} \left(\frac{2K}{n\pi} z_0 K_1', k' \right)}$$

となります。両辺に j が有るので、

$$a_0 = \sqrt{k} \frac{\text{sn} \left(\frac{2K}{n\pi} z_0 K_1', k' \right)}{\text{cn} \left(\frac{2K}{n\pi} z_0 K_1', k' \right)}$$

です。「連立チェビシェフフィルターの伝達関数」の章では、分母の cn を sn で表してから計算を続けましたが、本章では cn をそのまま計算します。このほうが計算量が少なくなります。母数が k' の場合、

$$\begin{aligned} \text{sn}(u, k') &\text{は、} \frac{1}{\sqrt{k'}} \bullet \frac{\vartheta_1(v)}{\vartheta_0(v)} \\ \text{cn}(u, k') &\text{は、} \frac{\sqrt{k'}}{\sqrt{k'}} \bullet \frac{\vartheta_2(v)}{\vartheta_0(v)} \end{aligned}$$

となります。「テータ関数の解説」の章をご覧下さい。 $\text{sn}(u, k')/\text{cn}(u, k')$ を求めると、

$$\frac{\text{sn}(u, k')}{\text{cn}(u, k')} = \frac{1}{\sqrt{k'}} \bullet \frac{\vartheta_1(v)}{\vartheta_0(v)} \bullet \frac{\sqrt{k'}}{\sqrt{k}} \bullet \frac{\vartheta_0(v)}{\vartheta_2(v)}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{k}} \cdot \frac{\vartheta_1(v)}{\vartheta_2(v)}$$

になります。a₀の式は、

$$\begin{aligned} a_0 &= \sqrt{k} \cdot \frac{1}{\sqrt{k}} \cdot \frac{\vartheta_1(v)}{\vartheta_2(v)} \\ &= \frac{\vartheta_1(v)}{\vartheta_2(v)} \end{aligned}$$

と簡単になりました。a₀の式の母数はk'です。q'を使いますのでϑ₁(v)とϑ₂(v)は、

$$\begin{aligned} \vartheta_1(v) &= 2 \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n q'^{(n+\frac{1}{2})^2} \sin(2n+1)\pi v \\ &= 2q'^{\frac{1}{4}} \sin \pi v - 2q'^{\frac{9}{4}} \sin 3\pi v + 2q'^{\frac{25}{4}} \sin 5\pi v \dots \\ &= 2q'^{\frac{1}{4}} (\sin \pi v - q'^2 \sin 3\pi v + q'^6 \sin 5\pi v \dots) \\ \vartheta_2(v) &= 2 \sum_{n=0}^{\infty} q'^{(n+\frac{1}{2})^2} \cos(2n+1)\pi v \\ &= 2q'^{\frac{1}{4}} \cos \pi v + 2q'^{\frac{9}{4}} \cos 3\pi v + 2q'^{\frac{25}{4}} \cos 5\pi v \dots \\ &= 2q'^{\frac{1}{4}} (\cos \pi v + q'^2 \cos 3\pi v + q'^6 \cos 5\pi v \dots) \end{aligned}$$

になります。a₀の式は、

$$\begin{aligned} a_0 &= \frac{\vartheta_1(v)}{\vartheta_2(v)} = \frac{2q'^{\frac{1}{4}} (\sin \pi v - q'^2 \sin 3\pi v + q'^6 \sin 5\pi v \dots)}{2q'^{\frac{1}{4}} (\cos \pi v + q'^2 \cos 3\pi v + q'^6 \cos 5\pi v \dots)} \\ &= \frac{\sin \pi v - q'^2 \sin 3\pi v + q'^6 \sin 5\pi v \dots}{\cos \pi v + q'^2 \cos 3\pi v + q'^6 \cos 5\pi v \dots} \end{aligned}$$

となります。後ほど分りますがq'は小さな数ですので、分子分母共に第3項まで計算すれば十

分です。vを求めます。母数がk'ですから、 $v = \frac{u}{2K'}$ です。u = $\frac{2K}{n\pi} z_0 K_1'$ ですから、

$$v = \frac{\frac{2K \cdot z_0 K_1'}{n\pi}}{2K'} = \frac{2K \cdot z_0 K_1'}{n\pi} \cdot \frac{1}{2K'} = \frac{1}{\pi} \cdot \frac{K}{K'} \cdot \frac{z_0 K_1'}{n}$$

となります。「連立チェビシェフフィルターの 2 乗 ω 特の因数分解」の章で書きました通り、 $z_0 K_1'$ は、

$$z_0 K_1' = \pm \sinh^{-1} \left(\frac{1}{\sqrt{10^{\frac{A_p}{10}} - 1}} \right)$$

の + 側を採用しますから、

$$z_0 K_1' = \sinh^{-1} \left(\frac{1}{\sqrt{10^{\frac{A_p}{10}} - 1}} \right)$$

となります。 $\frac{K}{K'}$ を求めるには、既に q 値があるのでそれを使います。 q のもともとの定義は、

$$q = e^{-\pi \frac{K'}{K}}$$

でした。 $\frac{K'}{K}$ を求める為、この式を変形しますと、

$$-\pi \frac{K'}{K} = \text{Log}_e q$$

$$\frac{K'}{K} = -\frac{\text{Log}_e q}{\pi}$$

になります。さらに変形し、

$$K' \pi = -K \cdot \text{Log}_e q$$

$$\pi = \frac{K}{K'} \cdot (-\text{Log}_e q)$$

$$\frac{K}{K'} = -\frac{\pi}{\text{Log}_e q}$$

となります。

a_0 の式では q' 値も必要です。母数 k に対する q の値は、

$$q = e^{-\pi \frac{K'}{K}}$$

でした。母数 k による完全楕円積分値 K が e の指数分母、複母数 k' による完全楕円積分値 K' が e の指数分子です。 q' の定義では、副母数 k' による完全楕円積分値 K' が e の指数分母、母数

k による完全楕円積分値 K が e の指数分子に入れ替わり、

$$q' = e^{-\pi \frac{K}{K'}}$$

になります。上で求めた $\frac{K}{K'}$ の結果を使い、

$$q' = e^{-\pi \frac{K}{K'}} = e^{(-\pi \cdot -\frac{\pi}{\text{Log}_e q})} = e^{\frac{\pi^2}{\text{Log}_e q}}$$

となります。n=3、 $A_p=1[\text{dB}]$ 、 $q=0.054701104$ ですから、

$$\frac{\sinh^{-1}\left(\frac{1}{\sqrt{10^{\frac{A_p}{10}} - 1}}\right)}{n} = \frac{\sinh^{-1}\left(\frac{1}{\sqrt{10^{\frac{1}{10}} - 1}}\right)}{3} = 0.475991786$$

$$\frac{K}{K'} = -\frac{\pi}{\text{Log}_e q} = 1.081118957$$

$$v = \frac{1}{\pi} \cdot \frac{K}{K'} \cdot \frac{z_0 K_1'}{n} = \frac{1}{\pi} \cdot 1.081118957 \cdot 0.475991786$$

$$q' = e^{\frac{\pi^2}{\text{Log}_e q}} = 0.033492445$$

となります。 a_0 の式に v と q' を代入します。各項で v の π が約分され、

$$\begin{aligned} a_0 &= \frac{\sin \pi v - q'^2 \sin 3\pi v + q'^6 \sin 5\pi v}{\cos \pi v + q'^2 \cos 3\pi v + q'^6 \cos 5\pi v} \\ &= \frac{\sin(1.081118957 \cdot 0.475991786)}{\cos(1.081118957 \cdot 0.475991786)} \\ &\quad \frac{-0.033492445^2 \cdot \sin(3 \cdot 1.081118957 \cdot 0.475991786)}{+ 0.033492445^2 \cdot \cos(3 \cdot 1.081118957 \cdot 0.475991786)} \\ &\quad \frac{+ 0.033492445^6 \cdot \sin(5 \cdot 1.081118957 \cdot 0.475991786)}{+ 0.033492445^6 \cdot \cos(5 \cdot 1.081118957 \cdot 0.475991786)} \\ &= 0.564110754 \end{aligned}$$

となりました。

(2) ω_2 を求める。

「連立チェビシェフフィルターの伝達関数」の章もご参照下さい。

各零点 ω_{2a} は、

$$\omega_{2a} = \sqrt{k} \operatorname{sn} \left(\frac{2aK}{n}, k \right)$$

と表わされるのでした。a は 1 から $\frac{n}{2}$ 未満の自然数です。今回は $n=3$ ですから、a は 1 だけです。 ω_{2a} は ω_2 のみ求めれば良いです。母数が k の場合、

$$\operatorname{sn}(u, k) \text{ は、 } \frac{1}{\sqrt{k}} \cdot \frac{\vartheta_1(v)}{\vartheta_0(v)}$$

となります。母数が k ですから、 $v = \frac{u}{2K}$ です。「テータ関数の解説」の章をご覧ください。

$$\begin{aligned} \omega_2 &= \sqrt{k} \cdot \frac{1}{\sqrt{k}} \cdot \frac{\vartheta_1(v)}{\vartheta_0(v)} = \frac{\vartheta_1(v)}{\vartheta_0(v)} \\ v &= \frac{2aK}{n} \cdot \frac{1}{2K} = \frac{a}{n} = \frac{1}{3} \end{aligned}$$

になります。 $\vartheta_0(v)$ は、

$$\begin{aligned} \vartheta_0(v) &= 1 + 2 \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n q^{n^2} \cos 2n\pi v \\ &= 1 - 2q \cos 2\pi v + 2q^4 \cos 4\pi v - 2q^9 \cos 6\pi v \dots \end{aligned}$$

です。q は小さな数でしたので、この式は第 4 項まで計算すれば十分です。 $\vartheta_1(v)$ は、

$$\begin{aligned} \vartheta_1(v) &= 2 \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n q^{\left(n+\frac{1}{2}\right)^2} \sin(2n+1)\pi v \\ &= 2q^{\frac{1}{4}} \sin \pi v - 2q^{\frac{9}{4}} \sin 3\pi v + 2q^{\frac{25}{4}} \sin 5\pi v \dots \\ &= 2q^{\frac{1}{4}} (\sin \pi v - q^2 \sin 3\pi v + q^6 \sin 5\pi v \dots) \end{aligned}$$

です。q は小さな数でしたので、この式は括弧内第 3 項まで計算すれば十分です。 ω_2 を求めます。 $q=0.054701104$ ですから、

$$\begin{aligned}
\omega_2 &= \frac{g_1(v)}{g_0(v)} = \frac{2q^{\frac{1}{4}}(\sin \pi v - q^2 \sin 3\pi v + q^6 \sin 5\pi v)}{1 - 2q \cos 2\pi v + 2q^4 \cos 4\pi v - 2q^9 \cos 6\pi v} \\
&= \frac{2 \cdot 0.054701104^{0.25} \left(\sin \frac{\pi}{3} - 0.054701104^2 \cdot \sin \frac{3\pi}{3} + 0.054701104^6 \cdot \sin \frac{5\pi}{3} \right)}{1 - 2 \cdot 0.054701104 \cdot \cos \frac{2\pi}{3} + 2 \cdot 0.054701104^4 \cdot \cos \frac{4\pi}{3} - 2 \cdot 0.054701104^9 \cdot \cos \frac{6\pi}{3}} \\
&= 0.79420739
\end{aligned}$$

となりました。 a_0 と ω_2 が求まりましたので、伝達関数の Π 部分の分母を計算しますと、

$$\begin{aligned}
&s^2 + \frac{2a_0 \sqrt{(k - \omega_2^2)(1 - k\omega_2^2)}}{\sqrt{k(1 + a_0^2 \omega_2^2)}} s + \frac{a_0^2 + \omega_2^2}{1 + a_0^2 \omega_2^2} \\
&= s^2 + \\
&\frac{2 \cdot 0.564110754 \cdot \sqrt{(0.76464721 - 0.79420739^2) \cdot (1 - 0.76464721 \cdot 0.79420739^2)}}{\sqrt{0.76464721 \cdot (1 + 0.564110754^2 \cdot 0.79420739^2)}} s + \\
&\quad \frac{0.564110754^2 + 0.79420739^2}{1 + 0.564110754^2 \cdot 0.79420739^2} \\
&= s^2 + 0.28288866 s + 0.790345913 \\
&= s^2 + 0.28288866 s + 0.889014012^2
\end{aligned}$$

になります。伝達関数の Π 部分の分子を計算しますと、

$$\begin{aligned}
\omega_2^2 \left(s^2 + \frac{1}{\omega_2^2} \right) &= 0.79420739^2 \cdot \left(s^2 + \frac{1}{0.79420739^2} \right) \\
&= 0.79420739^2 \cdot (s^2 + 1.25911697^2)
\end{aligned}$$

になります。頭の 0.79420739^2 は定数なので、無くても変化させても構いません。全体の利得が変わるだけです。3次連立チェビシェフフィルターの伝達関数は、

$$\frac{1}{s + 0.564110754} \cdot \frac{s^2 + 1.25911697^2}{s^2 + 0.28288866s + 0.889014012^2}$$

となりました。後に出てくる行列が紙面よりはみ出す為、ここから桁数を少なくします。
伝達関数を逆数にしますと、

$$\begin{aligned} & \frac{(s + 0.5641)(s^2 + 0.2829s + 0.8890^2)}{s^2 + 1.2591^2} \\ = & \frac{s^3 + 0.2829s^2 + 0.7901s + 0.5641s^2 + 0.1596s + 0.4456}{s^2 + 1.2591^2} \\ = & \frac{s^3 + 0.8469s^2 + 0.9497s + 0.4456}{s^2 + 1.5851} \end{aligned}$$

になります。上式では $s=0$ 、つまり角周波数 0 での利得が 1 ではありません。角周波数 0 での利得を 1 にする為に分子に 1.5851、分母に 0.4456 を掛け、定数項の値を同じにしますと、

$$\begin{aligned} & \frac{1.5851(s^3 + 0.8469s^2 + 0.9497s + 0.4456)}{0.4456(s^2 + 1.5851)} \\ = & \frac{1.5851s^3 + 1.3424s^2 + 1.5054s + 0.7063}{0.4456s^2 + 0.7063} \end{aligned}$$

になります。これは定数 $\frac{1.5851}{0.4456}$ を掛けたことと同じで、全体の利得が変わるだけです。

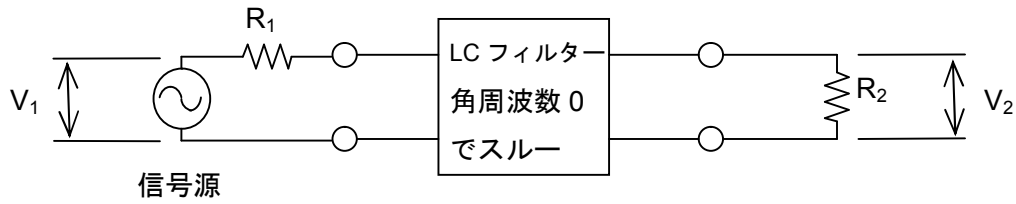
定数項を 1 にする為、更に分子分母に 1.4158 を掛けますと、

$$= \frac{2.2442s^3 + 1.9006s^2 + 2.1313s + 1}{0.6309s^2 + 1}$$

になります。ここから先のことは、「はしご型 LC フィルターの設計」の章に詳しい説明があります。

R_1 – R_2 LC フィルター回路の $\frac{R_1}{R_2} = 1$ では、角周波数 0 において必然的に $\frac{V_2}{V_1} = \frac{1}{2}$ の減衰が

起こります。 R_1 と R_2 で抵抗の分圧回路になるからです。下図をご覧ください。



伝達関数の逆数に、 $\frac{1}{2}$ の逆数 2 を掛けますと、

$$\begin{aligned} & \frac{2(2.2442 s^3 + 1.9006 s^2 + 2.1313 s + 1)}{0.6309 s^2 + 1} \\ &= \frac{4.4884 s^3 + 3.8012 s^2 + 4.2626 s + 2}{0.6309 s^2 + 1} \end{aligned}$$

になります。これが R_1 と R_2 を含めた、全体の四端子回路での伝達関数の逆数です。伝達関数逆数の極つまり伝達関数の零点は、式の分母において $0.6309s^2+1=0$ が成り立つ s となりますのでご記憶下さい。この式に $s=j\omega$ を代入しますと、

$$\begin{aligned} & \frac{4.4884 (j\omega)^3 + 3.8012 (j\omega)^2 + 4.2626 (j\omega) + 2}{0.6309 (j\omega)^2 + 1} \\ &= \frac{-j4.4884 \omega^3 - 3.8012 \omega^2 + j4.2626 \omega + 2}{-0.6309 \omega^2 + 1} \\ &= \frac{2 - 3.8012 \omega^2 + j(4.2626 \omega - 4.4884 \omega^3)}{1 - 0.6309 \omega^2} \end{aligned}$$

になり、 $g(\omega) = \frac{2 - 3.8012 \omega^2}{1 - 0.6309 \omega^2}$ と、 $u(\omega) = \frac{4.2626 \omega - 4.4884 \omega^3}{1 - 0.6309 \omega^2}$ が分ります。 $g(\omega)$ 、 $u(\omega)$ については「はしご型 LC フィルターの設計」の章をご覧ください。式に $s=-j\omega$ を代入しますと、

$$\begin{aligned} & \frac{4.4884 (-j\omega)^3 + 3.8012 (-j\omega)^2 + 4.2626 (-j\omega) + 2}{0.6309 (-j\omega)^2 + 1} \\ &= \frac{j4.4884 \omega^3 - 3.8012 \omega^2 - j4.2626 \omega + 2}{-0.6309 \omega^2 + 1} \\ &= \frac{2 - 3.8012 \omega^2 - j(4.2626 \omega - 4.4884 \omega^3)}{1 - 0.6309 \omega^2} \end{aligned}$$

になります。s=j ω 代入式と s=-j ω 代入式とを掛け合わせ、周波数伝達関数の絶対値の2乗の逆数を求めますと、

$$\begin{aligned}
 & \frac{2 - 3.8012 \omega^2 + j(4.2626 \omega - 4.4884 \omega^3)}{1 - 0.6309 \omega^2} \cdot \frac{2 - 3.8012 \omega^2 - j(4.2626 \omega - 4.4884 \omega^3)}{1 - 0.6309 \omega^2} \\
 &= \frac{(2 - 3.8012 \omega^2)^2 + (4.2626 \omega - 4.4884 \omega^3)^2}{(1 - 0.6309 \omega^2)^2} \\
 &= \frac{4 - 15.2048 \omega^2 + 14.4491 \omega^4 + 18.1698 \omega^2 - 38.2645 \omega^4 + 20.1457 \omega^6}{(1 - 0.6309 \omega^2)^2} \\
 &= \frac{20.1457 \omega^6 - 23.8154 \omega^4 + 2.965 \omega^2 + 4}{(1 - 0.6309 \omega^2)^2}
 \end{aligned}$$

になります。ここで P²+Q² の探索を行います。周波数伝達関数の絶対値の逆数の2乗から4を引きますと、

$$\begin{aligned}
 P^2 + Q^2 &= \frac{20.1457 \omega^6 - 23.8154 \omega^4 + 2.965 \omega^2 + 4}{(1 - 0.6309 \omega^2)^2} - 4 \\
 &= \frac{20.1457 \omega^6 - 23.8154 \omega^4 + 2.965 \omega^2 + 4 - 4\{(1 - 0.6309 \omega^2)^2\}}{(1 - 0.6309 \omega^2)^2} \\
 &= \frac{20.1457 \omega^6 - 23.8154 \omega^4 + 2.965 \omega^2 + 4 - 4(0.3980 \omega^4 - 1.2618 \omega^2 + 1)}{(1 - 0.6309 \omega^2)^2} \\
 &= \frac{20.1457 \omega^6 - 23.8154 \omega^4 + 2.965 \omega^2 + 4 - 1.592 \omega^4 + 5.0472 \omega^2 - 4}{(1 - 0.6309 \omega^2)^2} \\
 &= \frac{20.1457 \omega^6 - 25.4074 \omega^4 + 8.0122 \omega^2}{(1 - 0.6309 \omega^2)^2}
 \end{aligned}$$

になります。この式は因数分解が出来、

$$\begin{aligned}
 &= \frac{(\sqrt{20.1457} \omega^3 - \sqrt{8.0122} \omega)^2}{(1 - 0.6309 \omega^2)^2} \\
 &= \left(\frac{4.4884 \omega^3 - 2.8305 \omega}{1 - 0.6309 \omega^2} \right)^2
 \end{aligned}$$

となります。奇多項式の2乗となりました。したがって、

偶多項式の2乗は無いので、P²=0 となります。

奇多項式の 2 乗があり、 $Q^2 = \left(\frac{4.4884 \omega^3 - 2.8305 \omega}{1 - 0.6309 \omega^2} \right)^2$ となります。2 乗をはずして、

$$P(\omega)=0$$

$$Q(\omega) = \pm \frac{4.4884 \omega^3 - 2.8305 \omega}{1 - 0.6309 \omega^2}$$

が求まります。結果をまとめますと、

$$g(\omega) = \frac{2 - 3.8012 \omega^2}{1 - 0.6309 \omega^2}$$

$$u(\omega) = \frac{4.2628 \omega - 4.4884 \omega^3}{1 - 0.6309 \omega^2}$$

$$P(\omega)=0$$

$$Q(\omega) = \pm \frac{4.4884 \omega^3 - 2.8305 \omega}{1 - 0.6309 \omega^2}$$

$$R_1=R_2=1 [\Omega]$$

になります。本章では $Q(\omega)$ について、 $+\frac{4.4884 \omega^3 - 2.8305 \omega}{1 - 0.6309 \omega^2}$ を採用します。一側を採用す

る場合については「3 次連立チェビシェフフィルターの設計その 2」をご覧ください。

R_1 と R_2 を含めない LC だけのリアクタンス回路部分の、交流理論四端子定数に、以上の値を代入しますと、

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} a(j\omega) & b(j\omega) \\ c(j\omega) & d(j\omega) \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \frac{g(\omega) \mp P(\omega)}{2} & jR_2 \frac{u(\omega) \mp Q(\omega)}{2} \\ j \frac{u(\omega) \pm Q(\omega)}{2R_1} & \frac{g(\omega) \pm P(\omega)}{2 \frac{R_1}{R_2}} \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \frac{2 - 3.8012 \omega^2}{1 - 0.6309 \omega^2} & j \frac{4.2628 \omega - 4.4884 \omega^3}{1 - 0.6309 \omega^2} - \frac{4.4884 \omega^3 - 2.8305 \omega}{1 - 0.6309 \omega^2} \\ j \frac{4.2628 \omega - 4.4884 \omega^3}{1 - 0.6309 \omega^2} + \frac{4.4884 \omega^3 - 2.8305 \omega}{1 - 0.6309 \omega^2} & \frac{2 - 3.8012 \omega^2}{1 - 0.6309 \omega^2} \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \frac{2 - 3.8012 \omega^2}{2(1 - 0.6309 \omega^2)} & j \left\{ \frac{4.2628 \omega - 4.4884 \omega^3}{2(1 - 0.6309 \omega^2)} - \frac{4.4884 \omega^3 - 2.8305 \omega}{2(1 - 0.6309 \omega^2)} \right\} \\ j \left\{ \frac{4.2628 \omega - 4.4884 \omega^3}{2(1 - 0.6309 \omega^2)} + \frac{4.4884 \omega^3 - 2.8305 \omega}{2(1 - 0.6309 \omega^2)} \right\} & \frac{2 - 3.8012 \omega^2}{2(1 - 0.6309 \omega^2)} \end{bmatrix} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \begin{bmatrix} \frac{2 - 3.8012 \omega^2}{2(1 - 0.6309 \omega^2)} & j \frac{4.2628 \omega - 4.4884 \omega^3 - 4.4884 \omega^3 + 2.8305 \omega}{2(1 - 0.6309 \omega^2)} \\ j \frac{4.2628 \omega - 4.4884 \omega^3 + 4.4884 \omega^3 - 2.8305 \omega}{2(1 - 0.6309 \omega^2)} & \frac{2 - 3.8012 \omega^2}{2(1 - 0.6309 \omega^2)} \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} \frac{2 - 3.8012 \omega^2}{2(1 - 0.6309 \omega^2)} & j \frac{-8.9768 \omega^3 + 7.0933 \omega}{2(1 - 0.6309 \omega^2)} \\ j \frac{1.4323 \omega}{2(1 - 0.6309 \omega^2)} & \frac{2 - 3.8012 \omega^2}{2(1 - 0.6309 \omega^2)} \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} \frac{1 - 1.9006 \omega^2}{1 - 0.6309 \omega^2} & j \frac{-4.4884 \omega^3 + 3.5467 \omega}{1 - 0.6309 \omega^2} \\ j \frac{0.7162 \omega}{1 - 0.6309 \omega^2} & \frac{1 - 1.9006 \omega^2}{1 - 0.6309 \omega^2} \end{bmatrix}
\end{aligned}$$

になります。 $\omega = \frac{s}{j} = -js$ で、 ω をラプラスの世界のリアクタンス A、B、C、D に移しますと、

$$\begin{aligned}
\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \frac{1 - 1.9006 \omega^2}{1 - 0.6309 \omega^2} & j \frac{-4.4884 \omega^3 + 3.5467 \omega}{1 - 0.6309 \omega^2} \\ j \frac{0.7162 \omega}{1 - 0.6309 \omega^2} & \frac{1 - 1.9006 \omega^2}{1 - 0.6309 \omega^2} \end{bmatrix} \quad \text{に } \omega = -js \text{ を行い} \\
&= \begin{bmatrix} \frac{1 - 1.9006 (-js)^2}{1 - 0.6309 (-js)^2} & j \frac{-4.4884 (-js)^3 + 3.5467 (-js)}{1 - 0.6309 (-js)^2} \\ j \frac{0.7162 (-js)}{1 - 0.6309 (-js)^2} & \frac{1 - 1.9006 (-js)^2}{1 - 0.6309 (-js)^2} \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} \frac{1 + 1.9006 s^2}{1 + 0.6309 s^2} & \frac{j(-j4.4884 s^3 - j3.5467 s)}{1 + 0.6309 s^2} \\ \frac{j(-j0.7162 s)}{1 + 0.6309 s^2} & \frac{1 + 1.9006 s^2}{1 + 0.6309 s^2} \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} \frac{1 + 1.9006 s^2}{1 + 0.6309 s^2} & \frac{4.4884 s^3 + 3.5467 s}{1 + 0.6309 s^2} \\ \frac{0.7162 s}{1 + 0.6309 s^2} & \frac{1 + 1.9006 s^2}{1 + 0.6309 s^2} \end{bmatrix} \quad \cdots \textcircled{3}
\end{aligned}$$

になります。これが R_1 と R_2 を含めない LC だけのリアクタンス回路部分の、ラプラスの世界での四端子定数です。検算を行ってみます。まず $AD - BC$ を計算しますと、

$$\begin{aligned}
AD - BC &= \frac{1 + 1.9006 s^2}{1 + 0.6309 s^2} \cdot \frac{1 + 1.9006 s^2}{1 + 0.6309 s^2} - \frac{4.4884 s^3 + 3.5467 s}{1 + 0.6309 s^2} \cdot \frac{0.7162 s}{1 + 0.6309 s^2} \\
&= \frac{3.6123 s^4 + 3.8012 s^2 + 1}{0.3980 s^4 + 1.2618 s^2 + 1} - \frac{3.2146 s^4 + 2.5401 s^2}{0.3980 s^4 + 1.2618 s^2 + 1} \\
&= \frac{0.3977 s^4 + 1.2611 s^2 + 1}{0.3980 s^4 + 1.2618 s^2 + 1} \\
&= 1
\end{aligned}$$

になります。このリアクタンス回路に、 $R_1=1 [\Omega]$ 、 $R_2=1 [\Omega]$ を接続した時の四端子定数は、

$$\begin{aligned}
\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{1 + 1.9006 s^2}{1 + 0.6309 s^2} & \frac{4.4884 s^3 + 3.5467 s}{1 + 0.6309 s^2} \\ 0.7162 s & \frac{1 + 1.9006 s^2}{1 + 0.6309 s^2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} \frac{1 + 1.9006 s^2}{1 + 0.6309 s^2} + \frac{0.7162 s}{1 + 0.6309 s^2} & \frac{4.4884 s^3 + 3.5467 s}{1 + 0.6309 s^2} + \frac{1 + 1.9006 s^2}{1 + 0.6309 s^2} \\ \frac{0.7162 s}{1 + 0.6309 s^2} & \frac{1 + 1.9006 s^2}{1 + 0.6309 s^2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} \frac{1 + 1.9006 s^2 + 0.7162 s}{1 + 0.6309 s^2} & \frac{4.4884 s^3 + 3.5467 s + 1 + 1.9006 s^2}{1 + 0.6309 s^2} \\ \frac{0.7162 s}{1 + 0.6309 s^2} & \frac{1 + 1.9006 s^2}{1 + 0.6309 s^2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} \frac{1 + 1.9006 s^2 + 0.7162 s}{1 + 0.6309 s^2} + \frac{4.4884 s^3 + 3.5467 s + 1 + 1.9006 s^2}{1 + 0.6309 s^2} & \frac{4.4884 s^3 + 3.5467 s + 1 + 1.9006 s^2}{1 + 0.6309 s^2} \\ \frac{0.7162 s}{1 + 0.6309 s^2} + \frac{1 + 1.9006 s^2}{1 + 0.6309 s^2} & \frac{1 + 1.9006 s^2}{1 + 0.6309 s^2} \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} \frac{4.4884 s^3 + 3.8012 s^2 + 4.2629 s + 2}{1 + 0.6309 s^2} & \frac{4.4884 s^3 + 1.9006 s^2 + 3.5467 s + 1}{1 + 0.6309 s^2} \\ \frac{1.9006 s^2 + 0.7162 s + 1}{1 + 0.6309 s^2} & \frac{1 + 1.9006 s^2}{1 + 0.6309 s^2} \end{bmatrix}
\end{aligned}$$

となり、全体の四端子定数の A の位置に目的の伝達関数逆数が出ています。

それでは、③式のリアクタンス四端子回路の構成を行います。四端子回路の入力インピーダンスを求める式を次の様に変形します。

$$Z_{in} = \frac{V_1}{I_1} = \frac{(AR_2 + B)I_2}{(CR_2 + D)I_2} = \frac{AR_2 + B}{CR_2 + D} = \frac{A \frac{R_2}{R_2} + \frac{B}{R_2}}{C \frac{R_2}{R_2} + \frac{D}{R_2}} = \frac{A + \frac{B}{R_2}}{C + \frac{D}{R_2}}$$

リアクタンスのみの四端子定数において、負荷抵抗 R_2 をはずし、出力を開放した場合、上式の R_2 は無限大となります。その時、 Z_{in} は $\frac{A}{C}$ であり、入力インピーダンスは入力リアクタンスになります。入力リアクタンス X_{in} は、

$$\begin{aligned} X_{in} = \frac{A}{C} &= \frac{\frac{1 + 1.9006 s^2}{1 + 0.6309 s^2}}{\frac{0.7162 s}{1 + 0.6309 s^2}} \\ &= \frac{1.9006 s^2 + 1}{1 + 0.6309 s^2} \cdot \frac{1 + 0.6309 s^2}{0.7162 s} \\ &= \frac{1.9006 s^2 + 1}{0.7162 s} \end{aligned}$$

となります。ここで入力リアクタンスの極値を求める為、入力リアクタンス X_{in} の分子分母を s で割りますと、

$$= \frac{1.9006 s + \frac{1}{s}}{0.7162}$$

になります。 s が 0 の時、

$$\lim_{s \rightarrow 0} = \frac{1.9006 s + \frac{1}{s}}{0.7162} = \infty$$

となり、リアクタンスは無限大になります。 s が ∞ の時、

$$\lim_{s \rightarrow \infty} = \frac{1.9006 s + \frac{1}{s}}{0.7162} = \infty$$

となり、リアクタンスは同じく無限大になります。入力リアクタンス X_{in} の分子を 0 と置き、

この方程式を解きますと、

$$1.9006 s^2 + 1 = 0$$

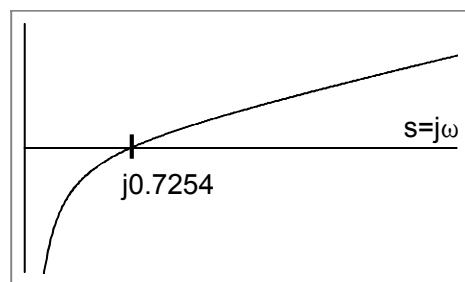
$$1.9006 s^2 = -1$$

$$s^2 = -\frac{1}{1.9006}$$

$$s = \pm \sqrt{-\frac{1}{1.9006}}$$

$$s = \pm j0.7254$$

になり、入力リアクタンス X_{in} の零点は、 $s = \pm j0.7254$ であることが分ります。リアクタンス関数の傾きは常に右肩上がりですから、プラス側をグラフに描きますと下図の様になります。



一方、伝達関数の逆数は、

$$\frac{4.4884 s^3 + 3.8012 s^2 + 4.2626 s + 2}{0.6309 s^2 + 1}$$

です。伝達関数の逆数の極、つまり伝達関数の零点は、上式分母を 0 にする角周波数です。その値は、

$$0.6309 s^2 + 1 = 0$$

$$0.6309 s^2 = -1$$

$$s^2 = -\frac{1}{0.6309}$$

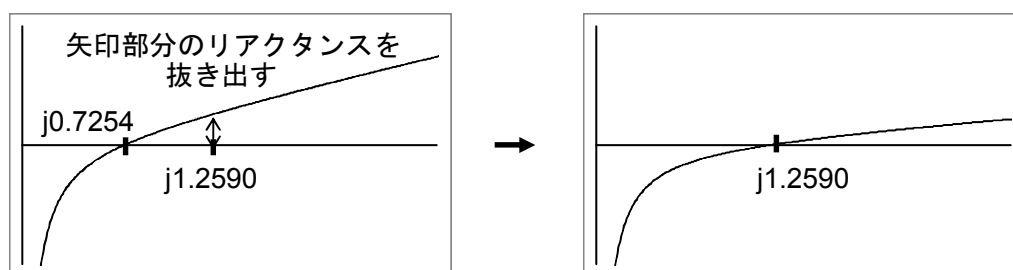
$$s = \pm \sqrt{-\frac{1}{0.6309}}$$

$$s = \pm j1.2590$$

となり、伝達関数の零点は $s = \pm j1.2590$ であることが分ります。

この角周波数でリアクタンスが 0 になる場所から出力を取る必要があります。そうしないと出力に零点が出来ません。つまり、入力リアクタンスが X_{in} で、零点が違うところに存在する様にしなければなりません。

$j0.7254$ の零点を $j1.2590$ に持って来るには、この入力リアクタンスが $j1.2590$ で持つリアクタンス成分を、抜き出してしまえば良いです。残ったリアクタンス成分は落ち込み、 $j1.2590$ で零点を持つことになります。下図の通りです。



入力リアクタンス X_{in} の $s=j1.2590$ でのリアクタンスは、

$$\begin{aligned}
 \frac{1.9006 (j1.2590)^2 + 1}{0.7162 (j1.2590)} &= \frac{1.9006 (-1.5851) + 1}{j0.9017} \\
 &= \frac{-3.0126 + 1}{j0.9017} \\
 &= \frac{-2.0126}{j0.9017} \\
 &= -j \frac{2.0126}{0.9017} \\
 &= j2.2320 [\Omega]
 \end{aligned}$$

となります。これは正のリアクタンスですから誘導性で $j\omega L[\Omega]$ を表わします。したがって抜き出すべきインダクタンス、 L は、

$$L = \frac{j\omega L}{j\omega} = \frac{j2.2320}{j1.2590} = 1.7728 [\text{H}]$$

となります。このインダクタンスを s の世界のリアクタンス sL に直し、入力リアクタンス X_{in} から引きますと、

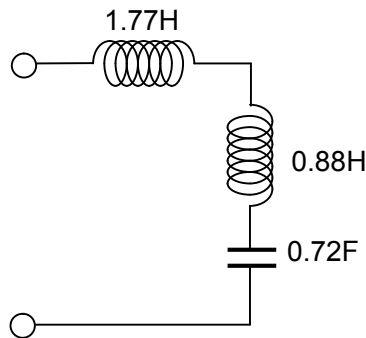
$$\begin{aligned}\frac{1.9006 s^2 + 1}{0.7162 s} - 1.7728 s &= \frac{1.9006 s^2 + 1}{0.7162 s} - \frac{1.2697 s^2}{0.7162 s} \\ &= \frac{0.6309 s^2 + 1}{0.7162 s}\end{aligned}$$

になります。これが残りのリアクタンスです。この残りリアクタンスの零点は伝達関数零点に一致します。残りリアクタンスの計算を進めると、

$$\begin{aligned}\frac{0.6309 s^2 + 1}{0.7162 s} &= \frac{0.6309 s^2}{0.7162 s} + \frac{1}{0.7162 s} \\ &= 0.8809 s + \frac{1}{0.7162 s}\end{aligned}$$

になります。これは、コイルのリアクタンス sL と、コンデンサのリアクタンス $\frac{1}{sC}$ が直列に

つながったリアクタンスです。LC 直列共振回路と呼ぶ回路です。L=0.8809[H]、C=0.7162[F] となります。この結果入力リアクタンス回路は、



となりました。抜き出した L と LC 直列共振回路との直列回路となり、コイルのつなぎ目で $s = j1.2590$ の零点が生じます。

このつなぎ目から出力を取れば良い様に思いますが、それでは駄目です。③式リアクタンス四端子回路の出力インピーダンスを求めれば分ります。

四端子回路の出力インピーダンスを求める式を、次の様に変形しますと、

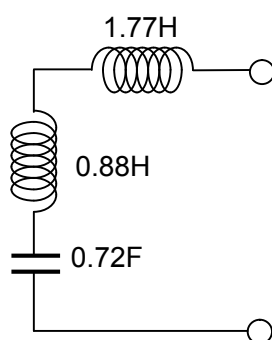
$$Z_{out} = \frac{V_2}{I_2} = \frac{(DR_1 + B)I_1}{(CR_1 + A)I_1} = \frac{DR_1 + B}{CR_1 + A} = \frac{D \frac{R_1}{R_1} + \frac{B}{R_1}}{C \frac{R_1}{R_1} + \frac{A}{R_1}} = \frac{D + \frac{B}{R_1}}{C + \frac{A}{R_1}}$$

になります。リアクタンスのみの四端子定数において、入力抵抗 R_1 をはずし、入力を開放した場合、上式の R_1 は無限大となります。その時、 Z_{out} は $\frac{D}{C}$ であり、出力インピーダンスは出

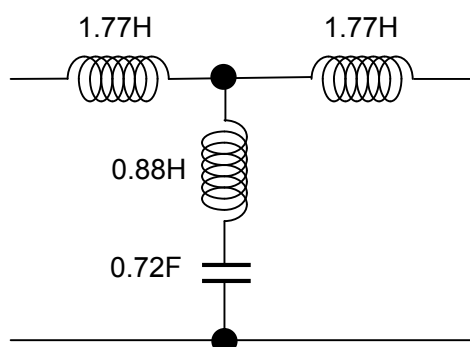
リアクタンスになります。出力リアクタンス X_{out} は、

$$\begin{aligned} X_{out} &= \frac{D}{C} = \frac{\frac{1 + 1.9006 s^2}{1 + 0.6309 s^2}}{\frac{0.7162 s}{1 + 0.6309 s^2}} \\ &= \frac{1.9006 s^2 + 1}{1 + 0.6309 s^2} \cdot \frac{1 + 0.6309 s^2}{0.7162 s} \\ &= \frac{1.9006 s^2 + 1}{0.7162 s} \end{aligned}$$

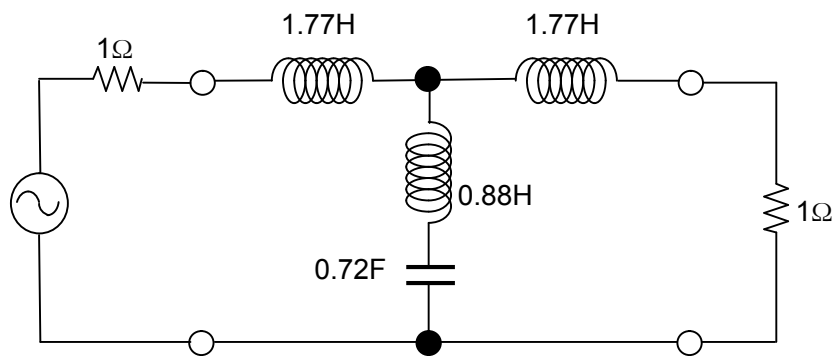
となります。この値は出力開放時の入力リアクタンス X_{in} と同じです。入力開放時の出力リアクタンスで作った回路は、入力リアクタンスで作った回路を裏から見た、



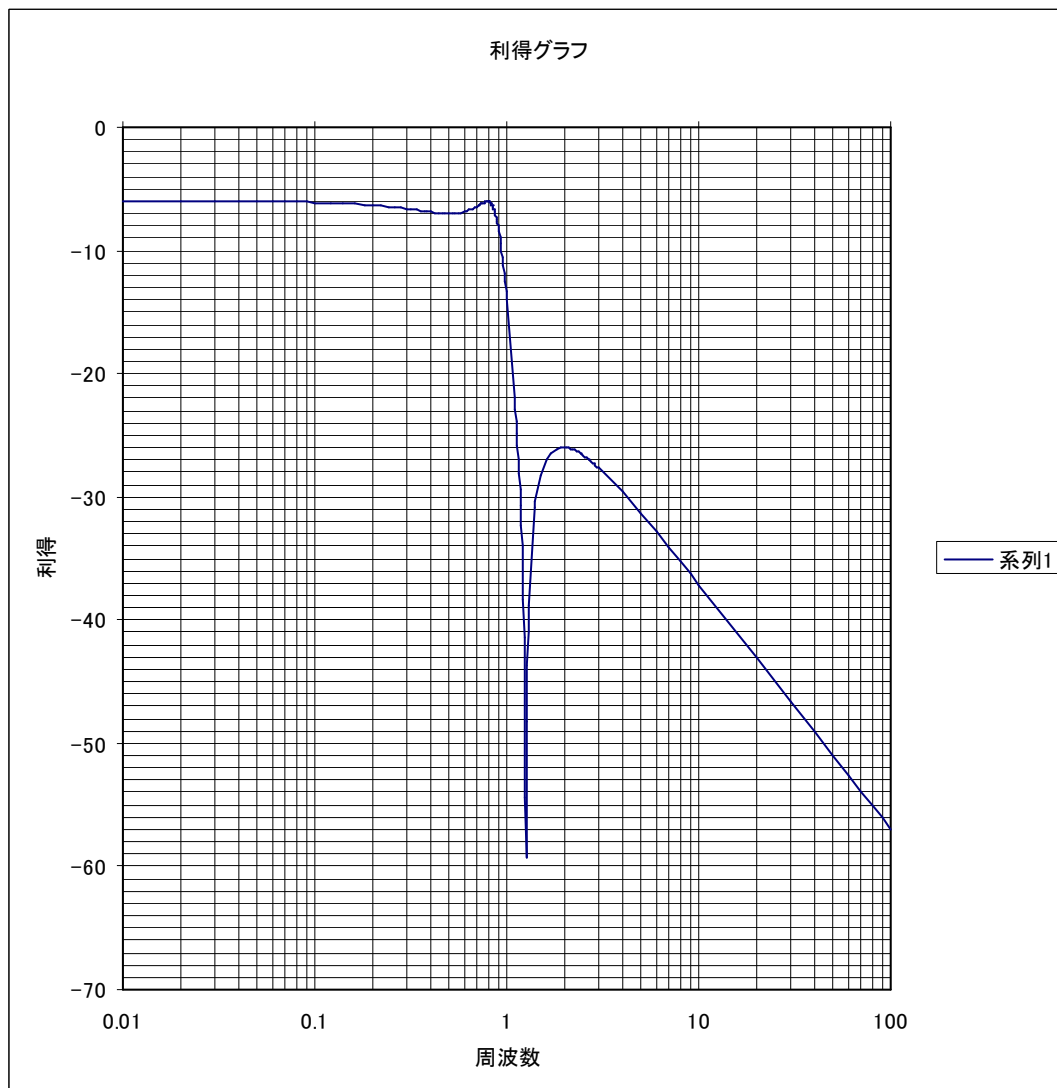
となります。したがって入出力開放で、入力から内側を見ても、出力から内側を見ても、同じリアクタンスになり、出力に $s=j1.2590$ での零点が生じるリアクタンス四端子回路は、



になります。 $R_1=1 [\Omega]$ 、 $R_2=1 [\Omega]$ を接続すれば、



となります。この回路のシミュレーション結果は、下のグラフになります。



この回路を実際に使用する周波数用に直し、実用的な素子値に直すには、スケーリングをすれば良いです。「スケーリング」の章をご覧ください。

設計段階の連立チェビシェフフィルタでは、通過域端角周波数 ω_p が正規化角周波数 1 の場所がありません。正規化角周波数 1 の場所は基準角周波数 ω_0 になります。

「3 次連立チェビシェフフィルタ」の章によれば、通過域端角周波数 $\omega_p = b = \sqrt{k}$ です。

「スケーリング」の章の方法を使い、各素子値を \sqrt{k} 倍すれば通過域端角周波数 ω_p が高いほうへ移動し、正規化角周波数 1 の場所に来ます。

[目次へ戻る](#)