必要な網目電流の数　　２０２２年１１月１日　　目次へ戻る

2022.11.25　2022.11.30　2022.12.7　2023.1.3　　訂正

キルヒホッフの法則に則って網目電流の方程式を立てる場合、どの網目を選ぶか、またいくつ選ぶかは重要な問題です。選び方が良くありませんと解が求められない場合があります。また必要以上の網目を選択してしまうのは労力の無駄になります。

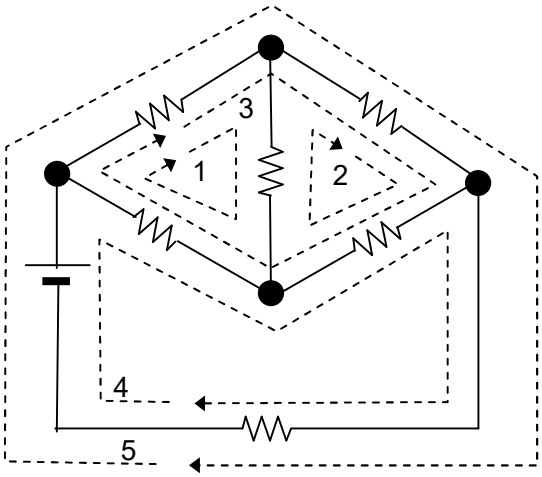


図 1

上のブリッジ回路において、網目電流には 1、2、3、4、5 等がありますが、1、2、3 を選択して網目方程式を立てても、電源が入らないので正しい答えは得られません。また、4 と 5 を選択して網目方程式を立てても、ブリッジの真ん中の抵抗が入らないので正しい答えは得られません。

簡単な回路については、解析に必要な網目とその数は一目で分ります。複雑な回路網について、解析に必要な網目の選び方とその数を決める明確な方法を知りたいです。

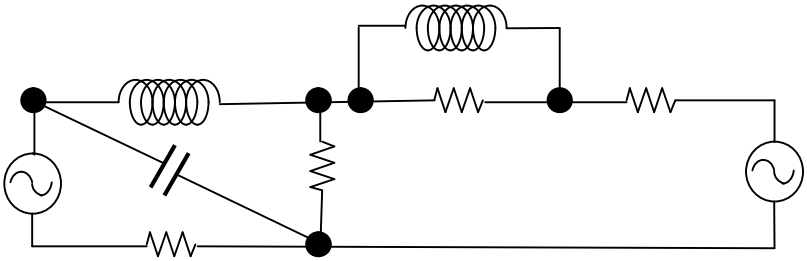


図 2

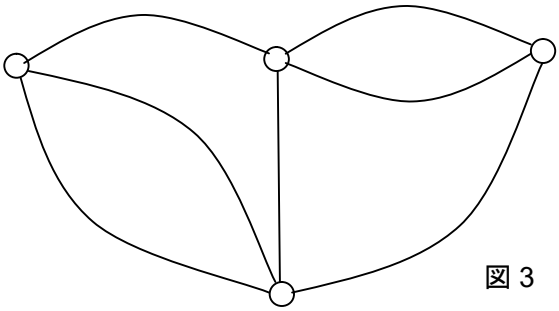


図 3

図 3 は図 2 の回路をグラフで表したものです。図 3 中、〇は接合点、枝路（しろ：分岐合流の無い区間）を一本の実線で表しています。グラフとはいくつかの接合点とそれらを結ぶ枝路からなるものです。枝路上の素子や電源は気にせず一本線（＝枝＝辺）で表します。つながっている接合点は寄せ集めて 1 つにしました。

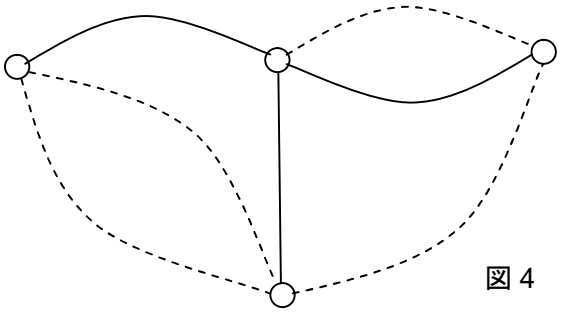


図 4

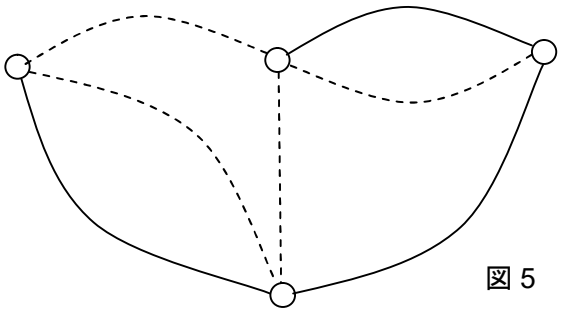


図 5

図 4 では図 3 のグラフ中の接合点（＝頂点＝節点）を全部含み、網目（＝閉路＝ループ＝サイクル）を作らない枝だけを実線で表しました。この実線をグラフ理論で木と呼びます。木とはどれか一つの接合点を持ち上げた時、他の全ての接合点がぶら下がって来る最小限の枝の組み合わせです。

持ち上げた〇の下にマッチ棒状の物が丸を下にして、並列や直列でぶら下がります。これを整列させると、丸・棒・丸・・・・・棒・丸となり、丸より棒が一つ少ないことが分かります。「木の枝数＝全接合点の数－1」です。

木に必要な性質は網目を作らないと言うことです。網目を作らなければ良いので、一つの回路で木の選び方は何通りもあります。図 5 の実線も木です。図の例以外にもあります。

一方、図 4 図 5 において、破線で表した枝を補木枝（＝連結枝＝弦＝リンク）と呼びます。木に一本の補木枝を付加しますと、必ず一つの網目が出来ます。木は網目を作りませんが、補木枝は木と共に網目を作ります。この時出来る網目＝閉路はただ一つです。二つ出来ると木にも網目があったことになりおかしいからです。しかも他の補木枝の作る閉路とは違う閉路です。いくつかの閉路があり、各閉路に他の閉路には含まれない枝が少なくとも一本ある時、これらの閉路は独立です。閉路電流にキルヒホッフの法則を当てはめて出来る連立方程式中のある方程式が、いくつかの他の方程式に定数を乗じたり加えたり引いたりすることでは絶対に出来ないことを独立と言います。

木に補木枝を付加した閉路は、他の補木枝が入らないので独立です。補木枝と木から出来る閉路を独立閉路（＝基本閉路＝原始閉路）と呼びます。

補木枝に流れる電流は、その補木枝が作り出した網目に流れる電流と等しいです。他の補木枝でも事情は一緒ですから、補木枝の本数と同数の網目電流が得られます。木に補木枝が全部くっ付いた状態が元の回路です。回路の解析に必要な網目電流は、補木枝と木が

作る網目電流全部となります。したがって、図 2 の回路の解析に必要な網目電流の数は、この回路のグラフの中にある補木枝の数と同じ 4 です。

必要な網目電流の数＝グラフ中の独立閉路数

＝グラフ中の補木枝数

＝グラフ中の全枝数－グラフ中の木の枝数

＝グラフ中の全枝数－（グラフ中の全接合点の数－1）

となります。

回路中の任意の網目は独立閉路の組み合わせで表現出来ます。独立閉路の数以上の閉路電流（＝網目電流）は必要ありません。

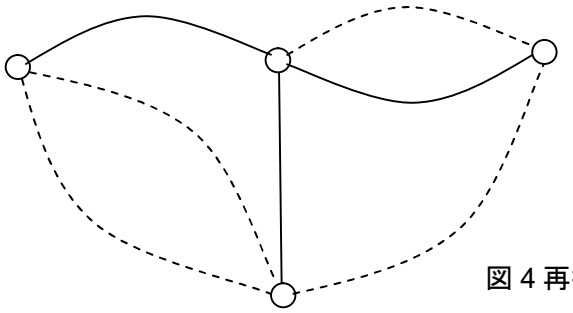
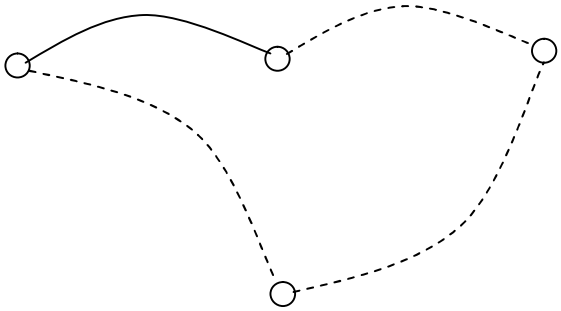
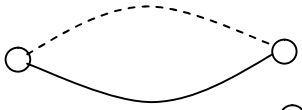


図 4 再掲

図 4 中の任意の閉路、例えば、

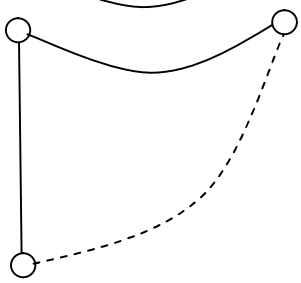


は、この任意の閉路上の補木枝が作る右側上の独立閉路、



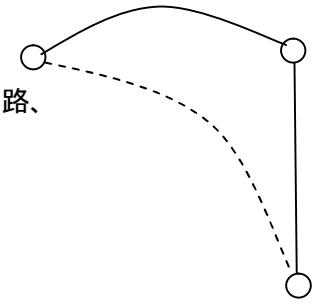
と

この任意の閉路上の補木枝が作る右側下の独立閉路、



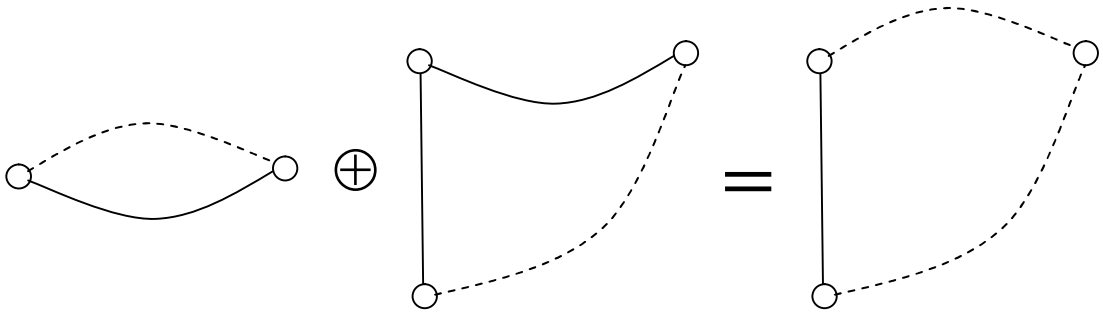
と

この任意の閉路上の
補木枝が作る左側上の独立閉路、

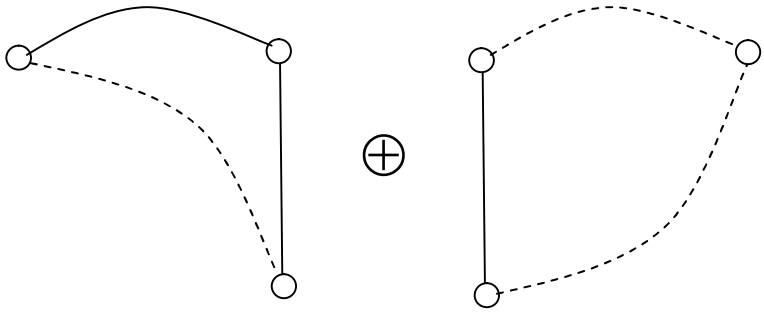


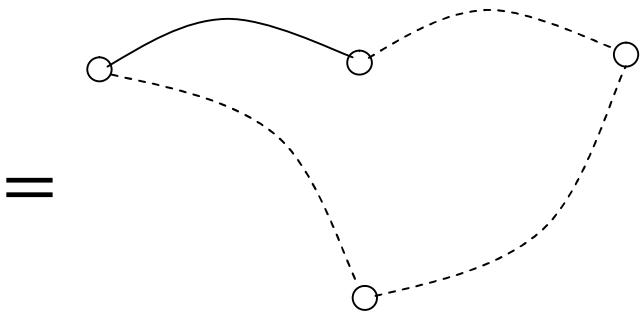
の枝について ⊕ の演算を行います。両者の枝を合併し、更に両者に共通にある枝を除去する演算です。両方にある枝は消え、片方にある枝は残ります。

最初の ⊕ 演算は、

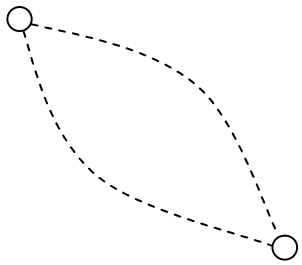


となります。さらに左側上の独立閉路と、この結果との ⊕ 演算を行いますと、

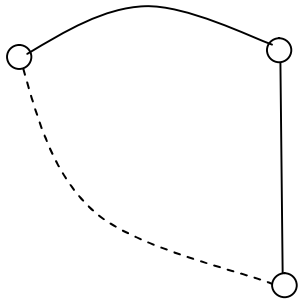




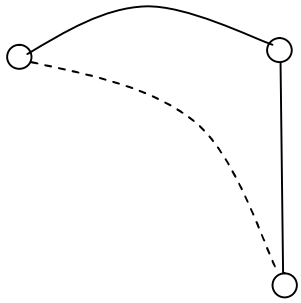
になり、任意の閉路が現れました。もう一つ図 4 中の任意の閉路をとり出しますと、



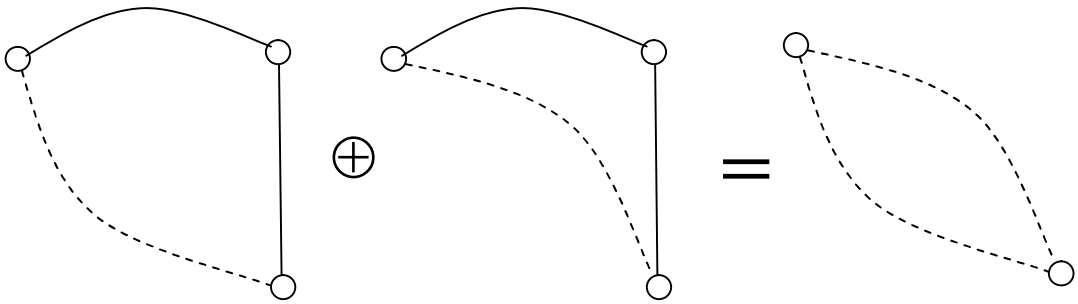
は、この任意の閉路上の補木枝が作る左側下の独立閉路、



と、この任意の閉路上の補木枝が作る左側上の独立閉路、

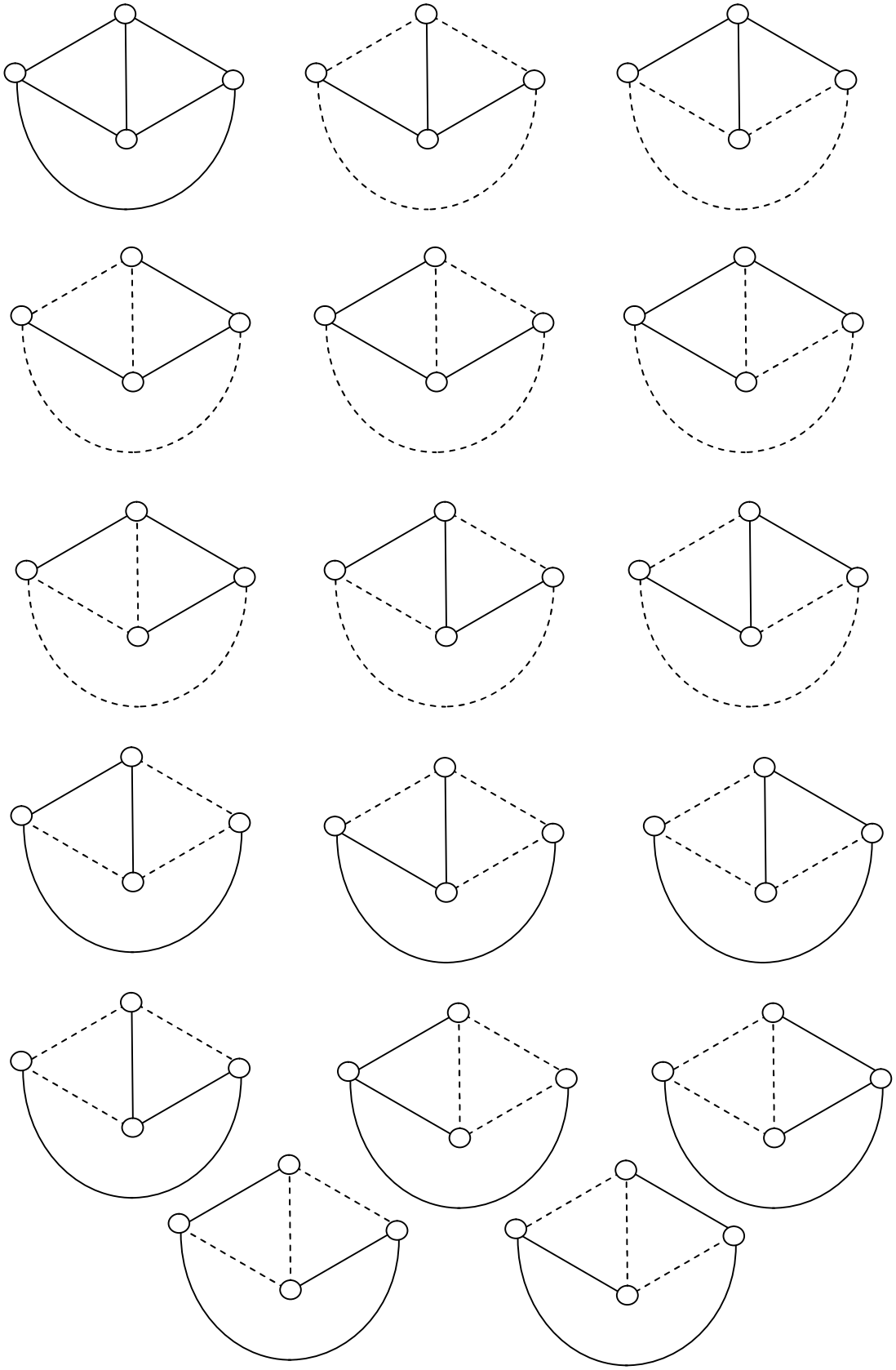


の枝について ⊕演算をすれば良いです。両方にある枝は消え、片方にある枝は残り、



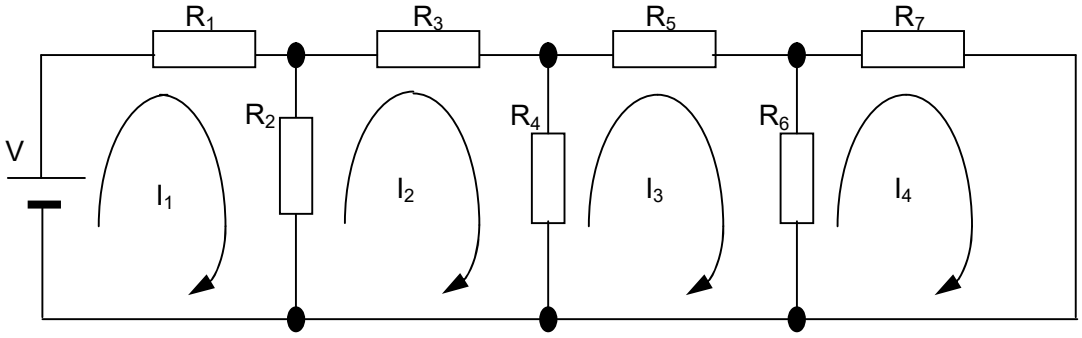
になります。この結果は、任意の閉路での枝路電流は、独立閉路の電流が分かれば計算出来ることを表しています。したがって独立閉路の数＝補木枝の数以上の網目電流は必要ありません。

図１の回路のグラフ　　木と１本の補木枝で出来る網目電流をご確認下さい。

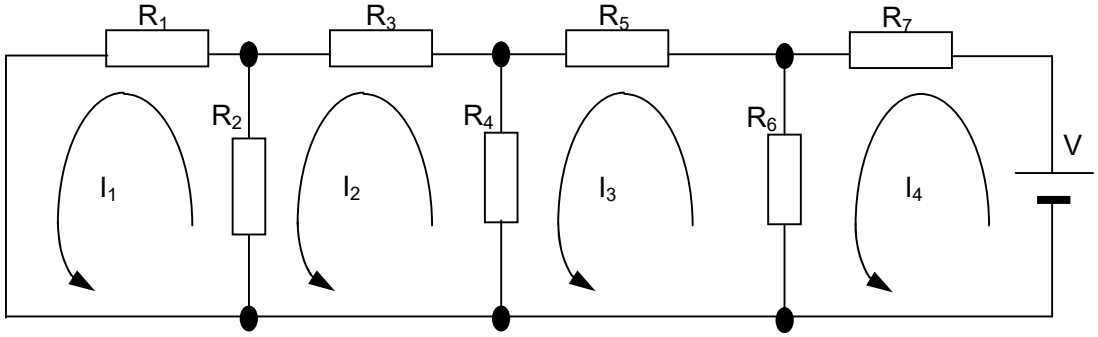


「相反の定理について」の章の各回路について木と補木枝を示します。

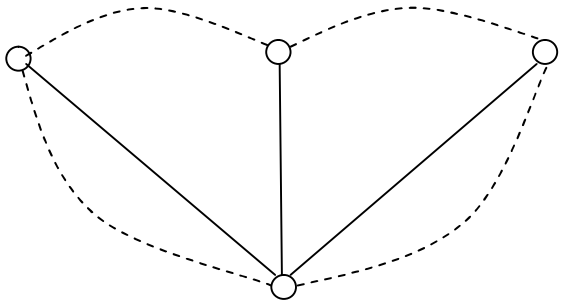
「相反の定理について」の章 1、(1)の回路、



と(2)の回路、

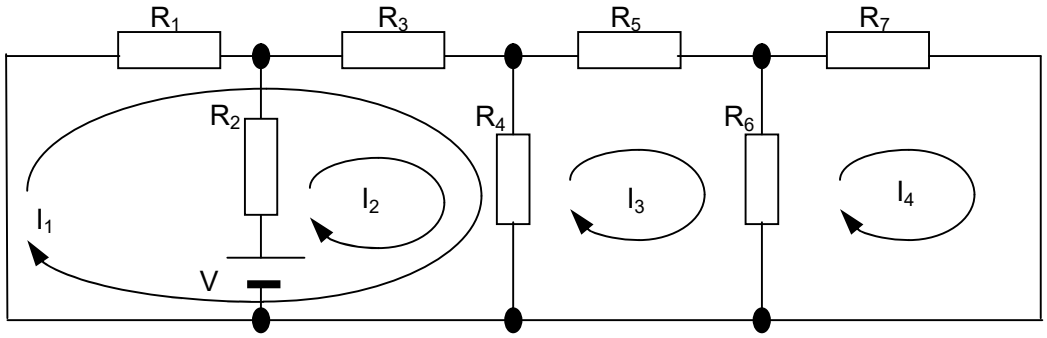


の木と補木枝は、

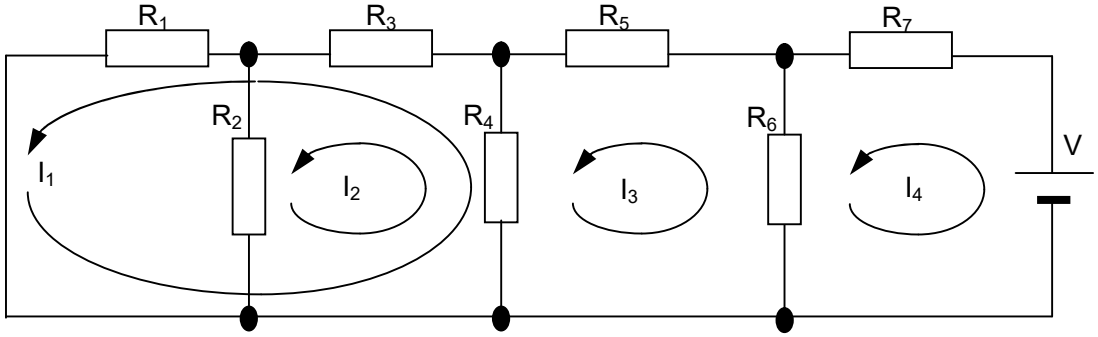


になります。

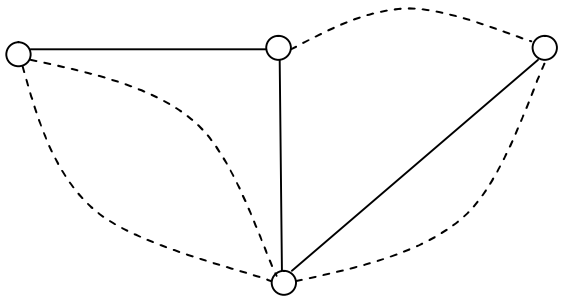
「相反の定理について」の章 2、 (1)の回路、



と(2)の回路、

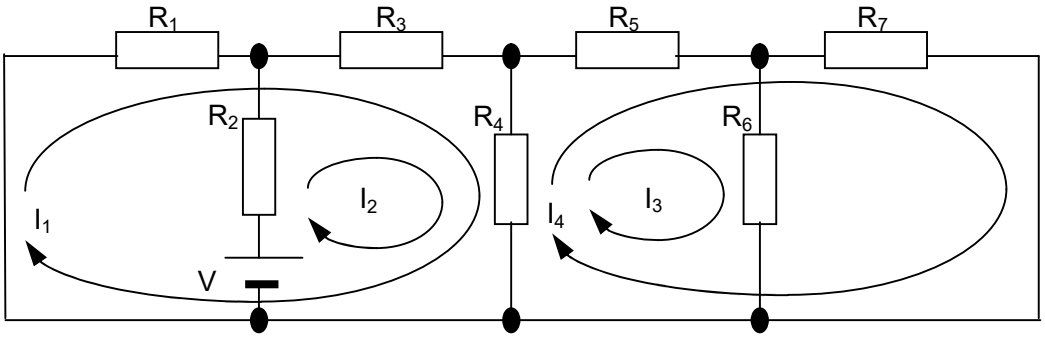


の木と補木枝は、

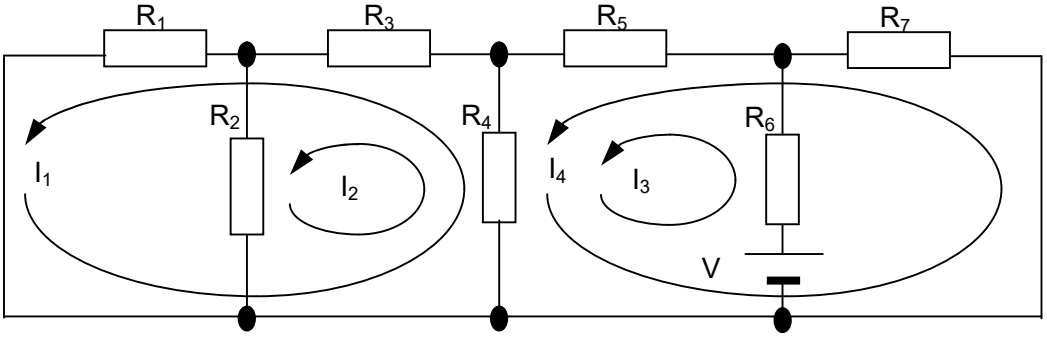


になります。

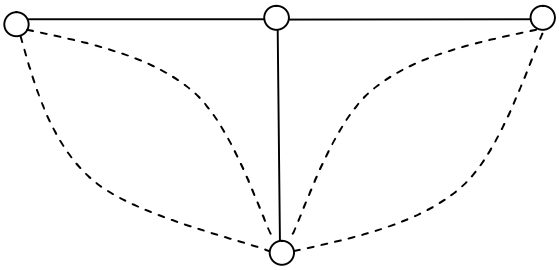
相反の定理について」の章 3、(1)の回路、



と(2)の回路、



の木と補木枝は、



になります。

目次へ戻る